ОБЛАСТ

Аналитичка геометрија у равни

ЛЕКЦИЈА

Елипса, хипербола и парабола - 3 задатка

1. Одредити једначину тангенте и нормале елипсе $E: 3x^2+4y^2=12$ у тачки $D(-1, y_1>0)$.

$E: 3x^2+4y^2=12$

$D(-1, y_1>0)$

$a: y=kx+n$

$\text{б}: y=k_1x+n_1$

$a \perp \text{б}$

$D \in E \Rightarrow 3\cdot(-1)^2+4\cdot y_1^2=12$

$3+4y_1^2=12$

$4y_1^2=9$

$y_1^2=\frac{9}{4}$

$y_1=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}$

$y_1=\pm\frac{3}{2}$

$y_1=\frac{3}{2}$

$D\left(-1, \frac{3}{2}\right)$

$a: 3\cdot x\cdot(-1)+\cancel{4}^{2}\cdot y\cdot\left(\frac{3}{\cancel{2}}\right)=12$

$-3x+6y=12$

$6y=3x+12$

$y=\frac{3}{6}x+\frac{12}{6}$

$a: y=\frac{1}{2}x+2$

$a\perp \text{б} \Rightarrow k\cdot k_1=-1$

$\frac{1}{2}\cdot k_1=-1 \Rightarrow k_1=-2$

$D\in \text{б} \Rightarrow \frac{3}{2}=-2\cdot(-1)+n_1$

$\frac{3}{2}=2+n_1$

$n_1=\frac{3}{2}-2$

$n_1=-\frac{1}{2}$

$\text{б}: y=-2x-\frac{1}{2}$

2. Одредити једначине тангенти конструисаних из тачке $A(0,3)$ на хиперболу $x^2 - y^2 = 9$.

$$x^2 - y^2 = 9 \quad / : 9$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$$a^2 = 9 \quad b^2 = 9$$

$$A(0, 3)$$

$$t: y = kx + n$$

$$A \in t: \quad 3 = k \cdot 0 + n$$

$$n = 3$$

$$a^2k^2 - b^2 = n^2$$

$$9 \cdot k^2 - 9 = 9$$

$$9k^2 = 18$$

$$k^2 = 2$$

$$k = \pm\sqrt{2}$$

$$t_1: \quad y = \sqrt{2} \cdot x + 3$$

$$t_2: \quad y = -\sqrt{2}x + 3$$

3. Одредити кординате тачке која припада параболи $P: y^2 = 16x$ и најближа је правој $l: y = -4x - 4$.

$P: y^2 = 16x \qquad 2p = 16 \Rightarrow p = 8$

$l: y = -4x - 4$

$l_1: y = kx + n$

$l \parallel l_1 \Rightarrow k = -4$

$p = 2kn$

$8 = 2 \cdot (-4) \cdot n$

$8 = -8n$

$n = -1$

$l_1: y = -4x - 1$

$$\begin{aligned} y^2 &= 16x \\ y &= -4x - 1 \end{aligned}$$

$(-4x - 1)^2 = 16x$

$16x^2 + 8x + 1 = 16x$

$16x^2 - 8x + 1 = 0$

$(4x - 1)^2 = 0$

$4x - 1 = 0$

$4x = 1$

$x = \frac{1}{4}$

$y = -\cancel{4} \cdot \frac{1}{\cancel{4}} - 1$

$y = -1 - 1$

$y = -2$

$A\left(\frac{1}{4}, -2\right)$ ✓